

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

- 1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.
- 2) اكتب الكسر  $\frac{1053}{832}$  على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- 3) اكتب العدد  $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$  على الشكل  $a\sqrt{13}$  حيث  $a$  عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

- 1) تحقق من صحة المساواة التالية:  $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$
  - 2) حل العبارة  $A$  بحيث:  $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$
  - 3) حل المتراجحة:  $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$
- مثل حلولها بيانيا.

التمرين الثالث: (2,5 نقطة)

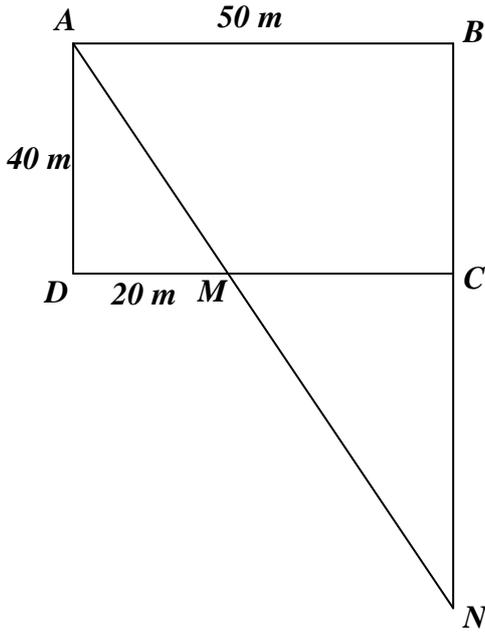
- $f$  دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  يشمل النقطتين  $A(2; 5)$  و  $B(-1; -4)$ .
- 1) بين أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية  $f$  هي:  $f(x) = 3x - 1$ .
  - 2) لتكن النقطة  $C(4; 11)$  من المستوي، هل النقط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  على استقامة واحدة؟
  - 3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة  $f$ .

التمرين الرابع: (3,5 نقطة)

- 1) أنشئ المثلث  $EFG$  القائم في  $F$  حيث:  $EF = FG = 4 \text{ cm}$ .
- 2) أنشئ النقطتين:  $D$  صورة النقطة  $F$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{EF}$ .  
 $C$  صورة النقطة  $E$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{GD}$ .
- 3) بين أن الرباعي  $EGDC$  مربع.  
- احسب مساحته.
- 4) ليكن الشعاع  $\vec{U}$  حيث:  $\vec{U} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG}$ ، بين أن:  $\vec{U} = \vec{ED}$

الجزء الثاني: ( 08 نقاط )

المسألة:



لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$  مستطيل أبعاده  $50\text{ m}$  و  $40\text{ m}$

و نقطة  $M$  من  $[DC]$  حيث:  $DM = 20\text{ m}$

$N$  نقطة تقاطع  $(AM)$  و  $(BC)$

الجزء الأول:

(1) بين أن:  $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$ .

(2) احسب الطول  $BN$ .

(3) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية  $MAD$ .

الجزء الثاني:

وهب جدك لأبيك وعمك القطعة  $MCN$  ليقسمانها بينهما بالعدل.

(1) اقترح عمك أن تكون النقطة  $E$  صورة النقطة  $M$  بالدوران الذي مركزه  $C$  وزاويته  $90^\circ$  في الاتجاه الموجب هي

بداية الخط الفاصل  $[EM]$  بين القطعتين  $MNE$  و  $MCE$  الناتجتين عن هذه القسمة.

أثبت أنه كان محقا في اختياره.

(2) تحصل أبوك على مبلغ  $5,4 \times 10^6$   $DA$  من عملية بيع قطعه الأرضية  $MNE$  بعد دفعه ضريبة نسبتها  $20\%$  على

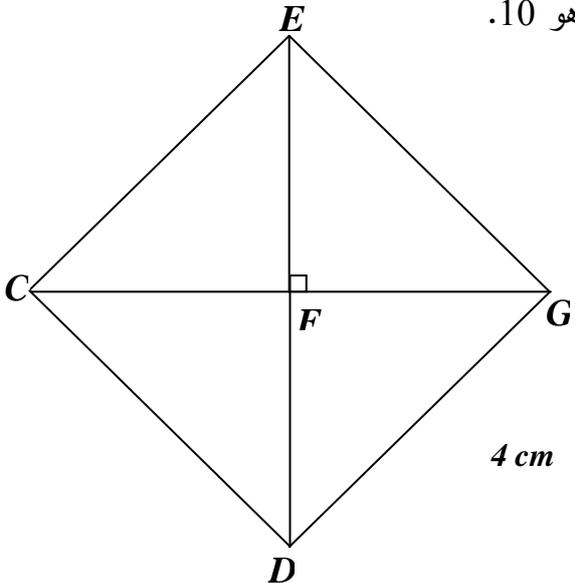
المبلغ الإجمالي للقطعة.

- حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016

اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1	3×0,25	<p>الجزء الأول: (12 نقطة)</p> <p>حل التمرين الأول: (3 نقاط)</p> <p>1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832:</p> $1053 = 832 \times 1 + 221$ $832 = 221 \times 3 + 169$ $221 = 169 \times 1 + 52$ $169 = 52 \times 3 + 13$ $52 = 13 \times 4 + 0$
	0,25	<p>آخر باق غير معدوم هو 13 إذن: <math>PGCD(1053 ; 832) = 13</math></p> <p>2) كتابة الكسر <math>\frac{1053}{832}</math> على شكل كسر غير قابل للاختزال:</p> $\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$
0,5	2×0,25	<p>3) كتابة العدد <math>A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}</math> على شكل <math>a\sqrt{13}</math> حيث <math>a</math> عدد طبيعي يطلب تعيينه:</p>
	3×0,25	<p>لدينا: <math>A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}</math> ومنه: <math>A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}</math></p> <p>وعليه: <math>A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}</math> أي: <math>A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}</math></p> <p>وبالتالي: <math>A = \sqrt{13}</math> حيث: <math>a = 1</math> وهو عدد طبيعي.</p>
1,5	0,25	<p>حل التمرين الثاني: (3 نقاط)</p>
	2×0,25	<p>1) التحقق من صحة المساواة <math>5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5</math></p> <p>لدينا: <math>5(2x+1)(2x-1) = 5[(2x)^2 - 1^2]</math></p> <p>ومنه: <math>5(2x+1)(2x-1) = 5(4x^2 - 1)</math> أي: <math>5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5</math></p> <p>ملاحظة: يمكن التحقق من صحة المساواة بطريقة أخرى.</p>
0,75	3×0,25	<p>2) تحليل العبارة <math>A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)</math></p> <p>بما أن: <math>5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5</math></p> <p>فإن: <math>A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)</math></p> <p>أي: <math>A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]</math></p> <p>وبالتالي: <math>A = (2x+1)(3x-7-10x+5)</math></p> <p>ومنه: <math>A = (2x+1)(-7x-2)</math></p>
	0,25	<p>3) حل المتراجحة <math>-14x^2 - 11x - 2 &lt; 2(10 - 7x^2)</math></p>

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1,25	0,25	$-14x^2 - 11x - 2 < 20 - 14x^2$ تعني أن: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$ أي: $-14x^2 - 11x + 14x^2 < 2 + 20$ ومنه: $-11x < 22$ بالقسمة على $(-11)$ نجد: $x > -2$ وبالتالي حلول المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$ هي كل القيم $x$ الأكبر تماما من $(-2)$ .
	2×0,25	
1	0,25	حل التمرين الثالث: (2,5 نقطة) (1) إثبات أن $f(x) = 3x - 1$ بما أن التمثيل البياني للدالة $f$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$ فإن: $f(-1) = -4$ و $f(2) = 5$ وعليه: $a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 + 1} = \frac{5 + 4}{3} = 3$ و $b = f(2) - a \times 2 = 5 - 3 \times 2 = -1$ وبالتالي: $f(x) = 3x - 1$
	2×0,25	
0,5	0,25	(3) إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة $f$ : لدينا: $f(x) = 29$ ومنه: $3x - 1 = 29$ وعليه: $3x = 30$ أي: $x = \frac{30}{3} = 10$ وبالتالي العدد الذي صورته 29 بالدالة $f$ هو 10.
	3×0,25	
0,75	3×0,25	

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1,25	0,25	(2) إنشاء النقطتين: $D$ صورة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{EF}$ . صورة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{GD}$ .
	0,25	(3) إثبات أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم حساب مساحته: $C$ هي صورة $E$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{GD}$ معناه $\overline{GD} = \overline{EC}$
	0,25	أي أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع. بما أن: $FG = EF = FD = 4\text{cm}$ فإن: $FG = \frac{1}{2}ED$ (في المثلث $EGD$ طول المتوسط المتعلق
	0,25	بالضلع $[ED]$ يساوي نصف طول هذا الضلع، فالمثلث $EGD$ قائم في $G$ (خاصية)).
	0,25	$[ED]$ ، $[CG]$ ، قطرا متوازي الأضلاع $EGDC$ متعامدان فهو معين. للمعين $EGDC$ زاوية قائمة ( $\widehat{EGF} = 90^\circ$ ) فهو مربع.
0,75	0,25	ملاحظة: يمكن استعمال خواص القطران: متعامدان ومتناصفان ومتقايسان فالرباعي مربع. لتكن $A$ مساحة المربع $EGDC$ : $A = c^2 = EG^2$
	0,25	بتطبيق نظرية فيثاغورث لدينا: $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 4^2 + 4^2 = 32$ ومنه: $EG = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
	0,25	$A = c^2 = EG^2 = (\sqrt{32})^2 = 32$ وبالتالي مساحة المربع $EGDC$ هي $32\text{ cm}^2$ .
0,75	2×0,25	(4) لدينا: $\overline{U} = \overline{EF} + \overline{EC} + \overline{FG} = (\overline{EF} + \overline{FG}) + \overline{EC} = \overline{EG} + \overline{EC}$ ( حسب علاقة شال )
	0,25	بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإن: $\overline{EG} + \overline{EC} = \overline{ED}$ وعليه: $\overline{U} = \overline{ED}$ . الجزء الثاني: (المسألة) الجزء الأول: (1) إثبات أن $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$ : لدينا: $(NC) \parallel (AD)$ والنقط $A, M, N$ و $D, M, C$ استقامية بنفس الترتيب حسب نظرية طالس: $(1) \dots \frac{MA}{MN} = \frac{MD}{MC} = \frac{AD}{CN}$ بما أن: $MC = CD - MD = 50 - 20 = 30$ فإن: $\frac{MA}{MN} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ (2) حساب الطول $BN$ : من (1) لدينا: $\frac{MA}{MN} = \frac{AD}{CN}$ وعليه: $\frac{2}{3} = \frac{40}{CN}$ وبالتالي: $CN = \frac{40 \times 3}{2} = 60$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	

ومنه:  $BN = BC + CN = 40 + 60 = 100$

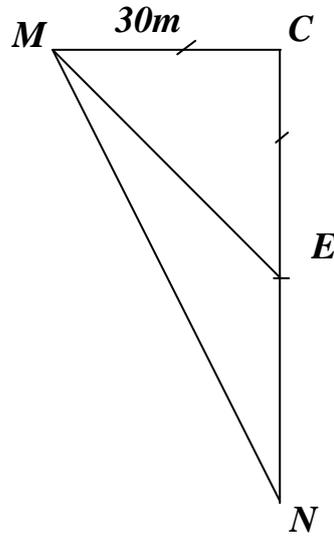
وعليه:  $BN = 100 \text{ m}$

**3** حساب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية  $MAD$ :

لدينا في المثلث  $ADM$  القائم في  $D$ :  $\tan MAD = \frac{DM}{AM}$  أي:  $\tan MAD = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد:  $MAD = 27^\circ$

**الجزء الثاني:**



(1) تعيين النقطة  $E$  صورة النقطة  $M$  بالدوران الذي مركزه

$C$  وزاويته  $90^\circ$  بالاتجاه الموجب موضع القسمة.

إثبات أن العم كان محقا في اختياره:

$$S_{MCE} = \frac{MC \times CE}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$$

لدينا:  $EN = CN - CE = 60 - 30 = 30$

$$S_{MEN} = \frac{EN \times CM}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$$

وعليه:  $S_{MCE} = S_{MEN} = 450 \text{ m}^2$

وبالتالي العم كان محقا في اختياره.

(2) تحديد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة:

بفرض سعر المتر المربع الواحد هو  $x$  فإن المبلغ الإجمالي للقطعة بدلالة  $x$  هو  $450x$

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي للقطعة بدون اقتطاع هو:  $5,4 \times 10^6$   $\rightarrow$  **80%**

$y$   $\rightarrow$  **100%**

أي:  $y = \frac{5,4 \times 10^6}{80} \times 100 = 6,75 \times 10^6$

وعليه:  $450x = 6,75 \times 10^6$

ومنه:  $x = \frac{6,75 \times 10^6}{450} = 0,015 \times 10^6$

سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة هو:  $15000 \text{ DA}$ .

الكتابة العلمية لسعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة:  $1,5 \times 10^4 \text{ DA}$ .

**ملاحظة:** يمكن كتابة المعادلة على شكل:  $450 \left(1 - \frac{20}{100}\right) x = 5,4 \times 10^6$